

Nombre:
 Carnet:

TERCER EXAMEN PARCIAL (25%)
 30 de Marzo de 2007

1.- (12 pts.) El movimiento del sistema masa–resorte con amortiguación presentado en la figura se rige por la siguiente ecuación:

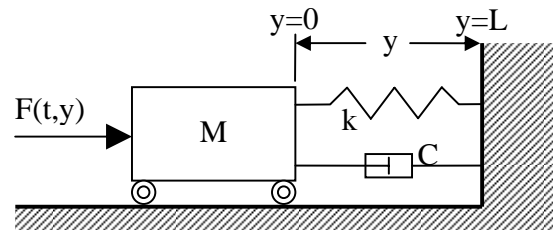
$$y'' + 2 \cdot \zeta \cdot \omega \cdot y' + \omega^2 \cdot y = F(t, y)$$

$$F(t, y) = \exp\left(-\frac{(t-2,5)^2}{8}\right) \cdot (L-y)$$

$$\omega = \sqrt{k/M} \quad \zeta = C/(2 \cdot \omega \cdot M)$$

Donde: $M = 5 \text{ kg}$ $L = 10 \text{ m}$

$$k = 3,2 \text{ kg/s}^2 \quad C = 6 \text{ kg/s}$$



El sistema se encuentra originalmente en reposo en posición de equilibrio, es decir, $y(t=0) = 0$; $y'(t=0) = 0$. Determine la posición de la masa a los 5 seg utilizando un método de integración de segundo orden, tomando como $\Delta t = 1 \text{ seg}$.

2.- (13 pts.) La NASA ha detectado un meteorito ingresando a la atmósfera. Afortunadamente, la masa de éste se reduce a medida que vuela por el aire a causa de la fricción. Se ha estimado que impactará la tierra en 10min. Las ecuaciones que describen la posición en la caída del meteorito son las siguientes:

$$m(t) \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = m(t) \cdot g(y) - \alpha \cdot C_D \cdot \rho_{\text{Aire}} \cdot A_m(t) \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$y(t=0) = 100 \text{ km} \quad y(t=10 \text{ min}) = 0 \quad \Delta t = 100 \text{ seg}$$

$$\text{Donde: } g(y) = 9,8 \cdot (1 - 0,001 \cdot y)$$

$$A_m(t) = \frac{\pi}{4} (D_m(t))^2 \quad V_m(t) = \frac{\pi}{6} (D_m(t))^3 \quad m(t) = \rho_m \cdot V_m(t)$$

$$D_m(t) = D_o \cdot (1 - 0,0001 \cdot t)$$

$$\rho_{\text{Aire}} = 1,225 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_m = 5000 \text{ kg/m}^3 \quad D_o = 10 \text{ m} \quad \alpha = 0,5 \quad C_D = 2,5$$

Utilizando el método de diferencias finitas, determine la posición del meteorito en el tiempo. Calcule la velocidad del meteorito ($v = dy/dt$) en el punto de ingreso y al momento del impacto contra la tierra. Calcule también la energía liberada en el momento del impacto. $E = (m \cdot v^2)/2$ (1 ton TNT = $4,2 \cdot 10^9 \text{ J}$).

NOTA: Explique brevemente las razones por las que seleccionó el método usado en cada problema